

特集

三次元流れ解析を用いた堤防の越流侵食の数値シミュレーションに関する二、三の検討

音田慎一郎¹

Some Considerations on Numerical Simulation of Levee Breaching due to Overflow Using a 3D Flow Analysis

Shinichiro ONDA¹

Abstract

Levee breaching due to overflow has been recently reported during floods. In order to mitigate such damage, it is necessary to understand and predict the erosion mechanism and to consider resilient embankments for overflow. In this paper, the numerical models of flow and sediment transport used for simulating levee breaching are first explained and it is shown that the numerical model can reasonably reproduce the dike erosion process.

キーワード：堤防決壊、越流、表面流・浸透流

Key words: levee breaching, overflow, surface and seepage flows

1. はじめに

近年、局地的集中豪雨に伴う河川水位の上昇によって水が堤防を越流し、決壊する事例が報告されている。こうした堤防決壊による被害を抑えるには、堤防に対して仮に越流や侵食が生じても甚大な被害に至らないよう「粘り強い」堤防が求められており、粘り強い河川堤防の構造として、耐侵食性の高い堤体材料を用いること、表面被覆型や自立型堤防とすること¹⁾が考えられる。しかし、例えば、土堤の安全性を評価するだけでも、破堤に至るまでの越流、浸透に関する流れの挙動、侵食による進行的な地形変化を精緻に再現する必要

があり、表面被覆型や自立型堤防の構造を考えると、さらに現象が複雑となることから精度の高い予測モデルの構築が困難となっている。

ここで、堤防の越流侵食に関する既往の数値解析的研究について整理する。まず、流れのモデルに水深積分モデルを適用した研究として、辻本ら²⁾、禅野ら³⁾、Kakinuma & Shimizu⁴⁾は、2次元浅水流方程式と平衡流砂モデルを用いて破堤拡大過程の数値計算を行っている。與田⁵⁾は越流水の流れ解析モデルに水深積分モデルを用い、堤体内の浸透流解析、非平衡流砂モデルによる土砂輸送、斜面安定解析と組み合わせて破堤現象の再現を試

¹ 京都大学大学院工学研究科
Graduate School of Engineering, Kyoto University

みた。また、小倉・田中⁶⁾は水深積分モデルと砂、粘性土の侵食速度モデルを組み合わせ、越流侵食解析を行っている。その他にも、水深積分モデルの枠組みで堤防の越流侵食に関する数値解析^{例えば⁷⁾が行われているが、基礎地盤がなく水路に直接堤防を設置した場合の数値解析について検討されていることが多く、また、基礎地盤が設置された場合においても裏法尻での侵食が十分に再現されておらず、精度の高い数値解析モデルが提案されているとは言い難いと思われる。}

そこで、著者らは天端の背後や裏法尻での局所的な流れの変化とそれに伴う土砂輸送特性を再現するため、表面流と浸透流を同時に予測できる3次元流体解析モデルと掃流砂と浮遊砂を考慮した土砂輸送モデルを組み合わせ、堤防の越流侵食に関する一連の研究を行ってきた。次章では、これまで行ってきた数値解析モデルの概要と結果について簡単に紹介する。

2. 数値解析モデルの概要

2.1 流れ解析モデル

表面流と浸透流を同時に予測できる3次元流体解析モデル⁸⁾を用いる。水面捕捉法として密度関数法を用いるとともに、3次元数値解析の計算格子において水域、河床材料内とその境界を容易に表現し、土中の浸透流を考慮するためにポーラスメディア法を適用した。基礎式は以下のとおりである。

$$\frac{\partial(1-c)\Phi}{\partial t} + \frac{\partial(1-c)u_j\Phi}{\partial x_j} = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(1-c)u_i}{\partial t} + \frac{\partial(1-c)u_i u_j}{\partial x_j} &= \\ (1-c)g_i - \frac{(1-c)}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \{ - (1-c) \overline{u_i' u_j'} \} \\ + v \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ (1-c) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right\} - \frac{v(1-c)^2 u_i}{K_d} \end{aligned} \quad (2)$$

ここに、 x_i ：デカルト座標系、 t ：時間、 u_i ：流速ベクトルの x_i 方向成分、 Φ ：密度関数、 c ：固相

の体積濃度、 u'_i ：乱れ速度ベクトル、 p ：圧力、 ρ ：流体の密度、 v ：動粘性係数、 g_i ：重力加速度ベクトル、 K_d ：固有透水係数である。添え字 i, j は1, 2, 3の値をとり、1, 2, 3はそれぞれ x, y, z 方向を表す。式(2)の右辺最終項は抵抗力であり、ここでは簡単のためDarcy則を適用した。表面流における乱流諸量を計算するため、乱流モデルには非線形 $k-\varepsilon$ モデルを用いる。

2.2 土砂輸送モデル

(1) 非平衡流砂モデルによる掃流砂のみを考慮した場合

土砂輸送形態として掃流砂のみを取り扱う場合について説明する。堤防の越流侵食に関する一連の研究を開始した当時、越流侵食過程において堤頂部から裏法部にかけて急激に流砂量が変化する流砂の非平衡性を考慮する必要があると考え、水制周辺の局所洗掘を再現した非平衡流砂モデル⁹⁾を組み合わせた。非平衡流砂モデルは、pick-up rateの算定、砂粒の運動方程式より砂粒群の移動経路の計算、step lengthに応じたdeposition rateの算定、河床高の時間変化の計算によって構成されている。

(2) 平衡流砂モデルによる掃流砂に浮遊砂を考慮した場合

一方で、堤体材料の粒径が小さくなってくると、掃流砂だけではなく浮遊砂も生じることから、次のステップとして浮遊砂を考慮した数値モデルの構築^{10,11)}を行った。その際、モデルの簡便さ、および堤体材料に粘土を含む場合へのモデルの拡張のしやすさを考え、掃流砂には平衡流砂モデルを用いる。ただし、表面流と浸透流を同時に予測しているという特徴を活かし、河床近傍での圧力勾配の影響¹²⁾を土砂の移動限界のモデル化に組み込んでモデルを改良する¹¹⁾とともに、粘性土が混在することによる侵食への粘り強さを表現するため、侵食係数 $C_e^{13)}$ を掃流砂、浮遊砂浮上量の計算に導入し、モデルの高度化を行った。主流方向(s 方向)の流砂量(q_{bs})には砂の移動限界に河床勾配、圧力勾配の影響¹²⁾を考慮したMeyer-Peter and Müller型の式(3)を、横断方向(n 方向)の流砂

量 (q_{bs}) には長谷川の式を適用する。その後、 q_{bs} , q_{bn} をデカルト座標系での流砂量 q_{bx} , q_{by} に変換する。また、浮遊砂の挙動については体積濃度 C の移流拡散方程式を用い、河床からの浮遊砂浮上量 q_{su} と濃度 C_b と砂粒子の沈降速度 w_f から沈降量 $w_f C_b$ を計算する。浮遊砂浮上量 q_{su} には、板倉・岸の式に鉛直方向の圧力勾配の影響を便宜的に考慮した式(5)を用いる¹¹⁾。最後に流砂の連続式(6)から河床変動の計算を行って河床高(z_b)を求める。

$$q_{bs} = aC_e(\tau_* - \tau_{*cr})^{\frac{3}{2}} \sqrt{\left(\frac{\rho_s}{\rho_w} - 1\right)gd^3} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \tau_{*cr} &= \tau_*(\hat{k} + \nabla P) \cdot \left(\hat{m} + \frac{\hat{s}}{\mu_s}\right) \\ P &= \left(z + \frac{p}{\rho g}\right) / \left(\frac{\rho_s}{\rho_w} - 1\right) \end{aligned} \quad (4)$$

$$q_{su} = KC_e \left[\alpha_* \frac{\rho_s - \rho_w}{\rho_s} \frac{gd}{u_*} \Psi(1 - \nabla P \cdot \hat{k}) - w_f \right] \quad (5)$$

$$\frac{\partial z_b}{\partial t} + \frac{1}{1-\lambda} \left\{ \frac{\partial q_{bx}}{\partial x} + \frac{\partial q_{by}}{\partial y} + (q_{su} - w_f C_b) \right\} = 0 \quad (6)$$

ここに、 q_{bs} , q_{bn} : 主流・横断方向の流砂量、 τ_* : 無次元掃流力、 τ_{*cr} : 無次元限界掃流力(岩垣式より算出)、 d : 河床材料の平均粒径、 g : 重力加速度、 ρ_s : 砂の密度、 ρ_w : 水の密度、 \hat{k} : 鉛直上向きの単位ベクトル、 \hat{m} , \hat{s} : 河床面に対する法線方向および接線方向の単位ベクトル、 p : 流体の圧力、 P : ピエゾ水頭、 z_b : 河床高、 μ_s : 河床材料の静止摩擦係数、 w_f : 沈降速度(Rubey式より算出)、 λ : 河床材料の空隙率、 u_* : 摩擦速度、 a : 定数(=6)、 $K=0.008$ 、 $\alpha_*=0.14$ である。ここで、侵食係数 $C_e^{13)}$ は材料に粘性土が混在することによる侵食への粘り強さを表現したものであり、式(3), (5)を見るとわかるように、混合粒径モデルのように粒径ごとの掃流力を求めて流砂量を計算しているのではなく、平均粒径と粒度分布を考慮した侵食係数 C_e のみで流砂量を計算することができ、耐侵食性に関して簡便な取り扱いが可能となる。侵食係数 C_e は均等係数 U_e 、曲率係数

U'_e 、無次元限界掃流力 τ_{*e} の関数として表し、模型実験の再現計算から以下のような関数形を同定した¹³⁾。

$$C_e = p \left(\frac{U'_e}{U_e^2 \tau_{*e}} \right)^q \quad (7)$$

$$U_e = \frac{d_{60}}{d_{10}}, \quad U'_e = \frac{d_{30}^2}{d_{60} d_{10}} \quad (8)$$

ここに、 U_e : 均等係数、 U'_e : 曲率係数、 d_{10} , d_{30} および d_{60} : 10%, 30% および 60% 粒径、 p , q は再現計算から同定した定数($p=0.292$, $q=0.975$)である。均等係数 U_e は粒径加積曲線の傾度を表し、この値が大きいほど幅広い粒径の材料が分布していることを示す。一方、曲率係数 U'_e は粒径加積曲線の曲率を表し、この値が小さいほど幅広い粒径の材料が分布していることを示す。即ち U'_e が大きいほど材料は締固めやすくなると考え、式(8)の分母に、 U'_e が小さいほど材料は締固めやすくなると考え、式(8)の分子に入れた。

ここで、上記の土砂輸送モデルでは、掃流砂と浮遊砂を別々に求めて地形変化を計算していたが、水衝部となる裏法尻では掃流砂から浮遊砂への遷移が生じるため、掃流砂から浮遊砂への簡易なモデル化を行った¹⁴⁾。即ち、土砂輸送は掃流砂から始まり、掃流砂で輸送される土砂の一部が浮遊砂へ遷移すると考えた。総流砂量 q_r は式(3)より計算し、総流砂量から浮遊砂へ遷移する割合を r_{st} とすると、掃流砂のままで輸送される掃流砂量、浮遊砂量は以下の式で示される。ここで、掃流砂量が掃流層厚 h_s × 掫流砂速度 v_s であることを考えると、浮遊砂浮上量 q_{su} を求めるには、掃流砂量を掃流層厚 h_s で除し、主流方向の掃流砂速度を求め、そのうち a_s の割合のものが浮上すると仮定した。

$$q_{bs} = (1 - r_{st}) q_r \quad (9)$$

$$q_{su} = \frac{a_s}{h_s} r_{st} q_r \quad (10)$$

r_{st} は辻本・中川¹⁵⁾によって提案された総流砂量

に対する浮遊砂量の比であり、無次元掃流力の関数となっているため図から近似式を作成した。掃流層厚 h_s の評価には江頭¹⁶⁾によって提案された式を用い、浮遊する割合 a_s は実験との再現解析から実験結果に合うよう決定した。

(3) 弹塑性 MPM (Material Point Method) を用いた場合

堤防の破壊現象を土質力学的なアプローチから考える。即ち、土の挙動のモデル化には土の弾塑性変形解析モデル¹⁷⁾を使用する。多相系混合体の支配方程式を GIMP 法 (MPM の派生法の一種である Generalized Interpolation Material Point 法) で離散化し、流れのモデルから求められる間隙水圧を与え、固体の変位を求める¹⁸⁾。詳細は参考文献¹⁸⁾をご確認いただきたい。

3. 数値シミュレーション例

堤防の越流侵食に関する数値シミュレーションの一例として、堤体材料に 7 号珪砂を用いた水理模型実験¹⁰⁾の再現計算結果を図 1 に示す。Run1 が掃流砂から浮遊砂の遷移を考慮しない場合で浮遊砂浮上量に式 (5) を用いた計算結果、Run2 は遷移を考慮した場合で浮上量に式 (9) を用いた計算結果である。Run1 では裏法尻で若干の侵食が見られるのに対し、Run2 では侵食が進んでいる様子が確認できる。天端から裏法面上部までの侵食形状は Run1 と Run2 でほとんど変わらないものの、水衝部となる裏法尻部での侵食量は Run2 が Run1 より大きくなっていること、実験結果とよく適合していることが確認できる。

また、粘性土の大型模型堤防実験⁵⁾の再現計算結果を図 2 に示す。同様に、Run1 が掃流砂から浮遊砂の遷移を考慮しない場合、Run2 が考慮した場合の計算結果である。天端から裏法面上部については掃流砂から浮遊砂へ遷移するほどの無次元掃流力が生じておらず、また浮遊砂浮上量も少なかったことから、Run1、Run2 ともに実験結果を概ね再現する結果となった。一方で、裏法尻から基礎地盤部分に関しては Run1 と Run2 において異なる計算結果となり、Run1 では裏法尻における洗掘は再現できなかったが、Run2 において

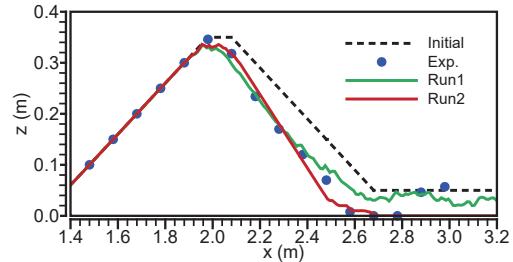


図 1 堤体形状の比較 ($t=20$ (s))

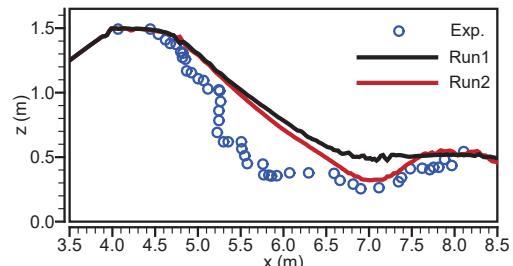


図 2 堤体形状の比較 ($t=2520$ (s))

は洗掘がみられ、実験結果にも概ね合致する結果となった。掃流から浮遊への遷移を考慮したこと、裏法尻において浮遊砂の土砂輸送が増加するという特性を再現したためであると考えられる。その他に、非平衡流砂モデルを用いた場合の計算結果⁸⁾、弾塑性 MPM を用いた計算結果¹⁸⁾については参考文献をご覧いただきたい。

本研究では流れ解析に 3 次元モデルを用いていることから、越流による決壊口の拡大過程¹⁹⁾についても適用可能である。さらに、粘り強い堤防構造の解析として、境界条件を変更することで表面被覆型構造物を設置した場合の侵食解析²⁰⁾も可能である。また、初期の堤体表面に座標系を設定した一般座標系での取り組み²¹⁾も行っている。ただし、こうした 3 次元的な現象の再現解析、一般座標系を用いた解析手法の構築については、モデル化、結果の再現性がまだ十分でないことから、今後も検討を続けていく予定である。

4. おわりに

本稿では、著者らがこれまで実施してきた堤防の越流侵食の数値シミュレーションに関して、流

れと土砂輸送のモデル化を説明するとともに、いくつかの計算結果を示した。粘り強い堤体構造として、耐侵食性の高い材料を用いることや構造物を設置することが考えられるが、こうした堤体の越流侵食を予測できる技術はまだ確立されていないと思われる。実験による現象の把握、予測技術の構築の今後の発展が望まれる。

謝辞

本稿執筆の機会を与えていただいた本誌編集委員会に心より感謝申し上げる。本稿はこれまでに堤防の越流侵食解析について実施した研究内容をまとめたものである。改めて共同研究者の皆様に深く御礼申し上げる。

参考文献

- 1) 国土交通省国土技術政策総合研究所河川研究部河川研究室・国立研究開発法人土木研究所地質・地盤研究グループ(土質・振動)：粘り強い河川堤防の構造検討に係る技術資料(案), <https://www.nilim.go.jp/lab/fbg/download/gijutsusiryo.pdf>, 閲覧日2025年6月2日.
- 2) 辻本哲郎・鶴見哲也・寺本敦子・前田和：破堤拡大過程と河川特性の関係について, 河川技術論文集, 第11巻, pp.121-126, 2005.
- 3) 禅野浩貴・岩崎理樹・清水康行・木村一郎：平面二次元モデルを用いた実物大越流破堤実験の再現計算, 水工学論文集, 第55巻, pp.853-858, 2011.
- 4) Kakinuma, T. and Shimizu, Y.: Large-scale experiment and numerical modeling of a riverine levee breach. *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol.140, 04014039, 2014.
- 5) 與田敏昭：河川堤防の越流侵食のメカニズムに関する研究, 京都大学学位論文, 2014.
- 6) 小倉睦・田中規夫：越流侵食解析の現地河川堤防への適用と土質条件が侵食に与える影響の考察, 土木学会論文集B1(水工学), Vol.75, No.2, pp.I_943-I_948, 2019.
- 7) Volz, C., Rousselot, P., Vetsch, D. and Faeh, R.: Numerical modelling of non-cohesive embankment breach with the dual-mesh approach. *Journal of Hydraulic Research*, Vol.50, No.6, pp.587-598, 2012.
- 8) Onda, S., Hosoda, T., Jaćimović, N. and Kimura, I.: Numerical modelling of simultaneous overtopping and seepage flows with application to dike breaching, *Journal of Hydraulic Research*, Vol.57, No.1, pp.13-25, 2019.
- 9) Nagata, N., Hosoda, T., Nakato, T. and Muramoto, Y.: Three-Dimensional Numerical Model for Flow and Bed Deformation around River Hydraulic Structures, *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol.131, No.12, pp.1074-1087, 2005.
- 10) 音田慎一郎・清水皓一・山口凌大：浮遊砂の影響を考慮した堤防の越流侵食に関する数値シミュレーション, 土木学会論文集B1(水工学), Vol.77, No.2, pp.I_703-I_708, 2021.
- 11) 音田慎一郎・山口凌大・金井稔：河床近傍の圧力勾配の影響を考慮した堤防の越流侵食に関する数値シミュレーション, 土木学会論文集B1(水工学), Vol.78, No.2, pp.I_1219-I_1224, 2022.
- 12) 山口里実・泉典洋：圧力勾配を考慮した流砂量式によるデューンの弱非線形安定解析, 水工学論文集, 第49巻, pp.937-942, 2005.
- 13) 児玉真乃介・平野大地・音田慎一郎・大竹雄・肥後陽介：河川堤防の越流侵食解析における材料不確実性の評価手法, 土木学会論文集, Vol.80, No.16, 23-16155, 2024.
- 14) 音田慎一郎・南野仁・肥後陽介：掃流から浮遊への遷移を考慮した堤防の越流侵食に関する数値シミュレーション, 土木学会論文集, Vol.82, No.16, 2026. (印刷中)
- 15) 辻本哲郎・中川博次：掃流から浮遊への遷移機構に関する基礎的研究, 土木学会論文集, Vol.369/II-5, pp.43-50, 1986.
- 16) 江頭進治：流砂および流砂を伴う流れの力学(3. 掃流砂の力学), 混相流, Vol.11, No.4, pp.388-393, 1997.
- 17) Oka, F., Yashima, A., Tateishi, A., Taguchi, Y. and Yamashita, A.: A cyclic elasto-plastic constitutive model for sand considering a plastic-strain dependence of the shear modulus, *Geotechnique*, Vol.49, No.5, pp.661-680, 1999.
- 18) 由井洋和・高田息吹・音田慎一郎・肥後陽介：土の弾塑性MPMを用いた河川堤防の越流侵食解析手法の開発, 土木学会論文集, Vol.80, No.16, 23-16172, 2024.
- 19) 音田慎一郎・細田尚・Jaćimović, N.・木村一郎：正面越流による破堤口拡大過程の数値解析, 土木学会論文集B1(水工学), Vol.71, No.4,

- pp.I_913-I_918, 2015.
- 20) 南野仁・金井稔・音田慎一郎・肥後陽介：構造物の影響を考慮した堤防の越流侵食に関する数値シミュレーション，第38回数値流体力学シンポジウム講演論文集，OS3-4-1-01, 2024.
- 21) Pang, Q. and Onda, S.: Simulation of bar formation and levee breaching based on numerical model in curvilinear coordinate system, *Journal of JSCE*, Vol.12, No.2, 23-16175, 2024.

(投稿受理：2025年6月13日)

要　旨

近年、局地的集中豪雨による河川水位の上昇によって水が堤防を越流し、堤防が決壊する事例が報告されている。こうした被害を軽減するためには、堤防の越流侵食に関する現象を把握し、それを再現できる数値解析モデルを構築するとともに、仮に越流したとしても粘り強い堤防構造が求められている。本稿では、堤防の越流侵食に関する数値シミュレーションにおいて、流れ解析モデル、土砂輸送モデルを整理して説明するとともに、構築した数値解析モデルによって、堤防の侵食挙動を概ね再現できることを示した。